



که یک معادله غیرخطی مرتبه چهارم است و شرایط مرزی نیز به صورت زیر درخواهند آمد:

$$f'(1) = -\lambda f''(1), \quad f(1) = 1, \quad f''(0) = 0, \quad f(0) = 0 \quad (2)$$

که در آن  $\alpha = \frac{a\dot{a}}{v}$ ، نرخ اتساع دیواره نفوذپذیر با سرعت  $v$  است و  $a = a(t)$ ، فاصله مبدا فرضی تا دیواره نفوذپذیر در لحظه  $t$  و  $\dot{a}(t)$  سرعت جریان سیال از دیواره نفوذپذیر در لحظه  $t$  است. همچنین  $\phi = \frac{\mu_f \rho_{nf}}{\mu_{nf} \rho_f}$  که در آن  $\mu_{nf}$  ویسکوزیته نانوسیال،  $\mu_f$  ویسکوزیته سیال پایه،  $\rho_{nf}$  چگالی نانوسیال،  $\rho_f$  چگالی سیال پایه،  $\phi$  تراکم حجمی نانوسیال است که برای بیان غلظت یک ذره در یک سیال استفاده می‌شود و  $R = \frac{a\dot{v}}{v_f}$ ، عدد رینولدز است که برای پیش‌بینی الگوی جریان از آن استفاده می‌شود. در این پژوهش قصد داریم مدل (۱) را با استفاده از روش عددی تجزیه آدومیان حل کنیم.

## ۲. روش تجزیه آدومیان برای حل مدل

در این بخش، برای یافتن جواب عددی مدل غیرخطی مرتبه چهارم (۱) با شرایط مرزی (۲)، روش آدومیان را بکار بگیریم. برای این منظور معادله (۱) را به شکل عملگری

$$L_{\zeta,1} f(\zeta) + R_1 + N_1 = g_1(\zeta), \quad L_{\zeta,1} f(\zeta) = \frac{d^4}{d\zeta^4} \quad (3)$$

می‌نویسیم که در آن  $g_1(\zeta)$ ، عبارت ناهمگن (۱)،  $R_1$ ، عبارت خطی و  $N_1$ ، عبارت غیرخطی (۱) هستند. با اعمال عملگر

$$L_{\zeta,i}^{-1}(\cdot) = \underbrace{\int_0^\zeta (\cdot) d\zeta}_{i \text{ بار}}, \quad i = 1, 2. \quad (4)$$

روی (۳) داریم:

$$L_{\zeta,1}^{-1}(L_{\zeta,1} f(\zeta)) = L_{\zeta,1}^{-1}(-R_1) - L_{\zeta,1}^{-1}(N_1) + L_{\zeta,1}^{-1}(g_1(\zeta)), \quad (5)$$

حال با در نظر گرفتن  $N_1 = \sum_{n=0}^{\infty} A_n$  و با استفاده از چندجمله‌ای‌های آدومیان

$$A_k = \frac{1}{k!} \frac{d^n}{d\lambda^n} N \left( \sum_{n=0}^{\infty} u_n \lambda^n \right) \Big|_{\lambda=0},$$

عبارات غیرخطی  $L_{\zeta,1}^{-1}(N_1)$  را محاسبه می‌کنیم. جواب معادلات غیرخطی (۱) به صورت زیر در خواهد آمد:

$$f(\zeta) = f_0(\zeta) + f_1(\zeta) + f_2(\zeta) + \dots \quad (6)$$

## ۳. مثال عددی

در این بخش، با استفاده از جدول ۱ برای محاسبه پارامترهای موجود در مدل (۱)، جواب عددی را با استفاده از روش تجزیه

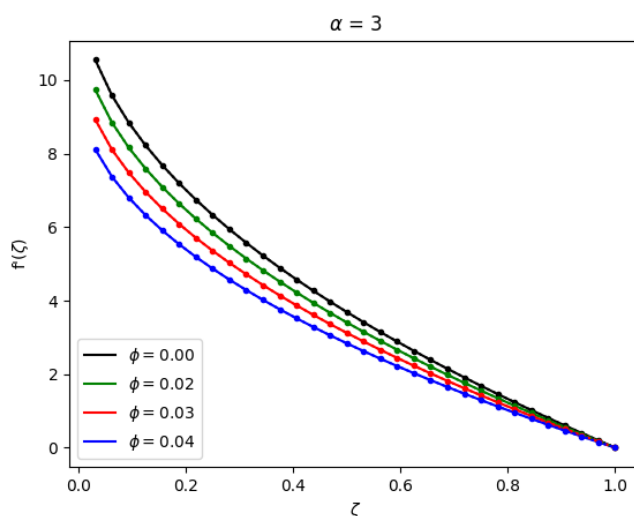
جدول ۱. جدول داده‌ها

| ویژگی‌ها     | سیال پایه (خون) | طلا   | مس   |
|--------------|-----------------|-------|------|
| چگالی        | ۱۰۵۰            | ۱۹۳۰۰ | ۸۹۳۳ |
| گرمای ویژه   | ۳۶۱۷            | ۱۲۹   | ۳۸۵  |
| ظرفیت گرمایی | ۰.۵۲            | ۳۱۰   | ۴۰۰  |

آدمیان به صورت زیر تقریب زده‌ایم:

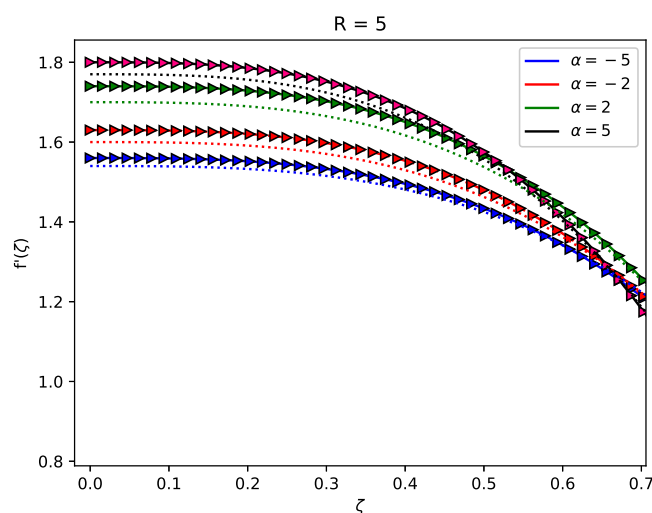
$$f(\zeta) = 5.84159405677968e^{-14}\zeta^{21} + 1.22673475192373e^{-12}\zeta^{20} + 1.46256724024541e^{-11}\zeta^{19} \\ - 2.62677543048668e^{-10}\zeta^{18} + 1.30535699424889e^{-9}\zeta^{17} + 7.94030485816931e^{-9}\zeta^{16} \\ + 4.28159589192449e^{-10}\zeta^{15} - 3.37287083144368e^{-9}\zeta^{14} + 4.80875232580447e^{-8}\zeta^{13} \\ + 7.19461538927491e^{-7}\zeta^{12} - 3.85126637711296e^{-6}\zeta^{11} + 3.72085264050446e^{-7}\zeta^{10} \\ - 1.11625579215134e^{-10}\zeta^9 - 0.000267901390116321\zeta^7 + 0.00187530973081425\zeta^6 \\ + 0.00337555751546564\zeta^5 + \frac{\zeta^3}{6}$$

برای بررسی تاثیرات کسر حجمی، عدد رینولدز و نرخ اتساع در دیواره‌های نفوذپذیر بدن در مدل جریان انتقال حرارت نانوسیال طلا-مس خون، با استفاده از زبان برنامه‌نویسی پایتون، حالت‌های مختلف این عوامل تاثیرگذار را بررسی کرده‌ایم. ابتدا با در نظر گرفتن  $\alpha = 3$ ، برای مقادیر مختلف کسر حجمی  $\phi$ ، نتیجه اعمال روش تجزیه آدمیان را روی مدل (۱) در شکل ۱ نشان داده‌ایم.

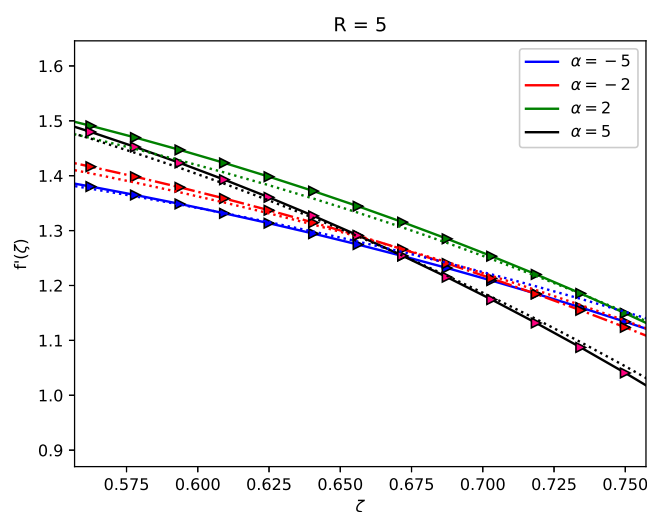


شکل ۱. تاثیر کسر حجمی بر سرعت انتقال حرارت نانوسیال طلا-مس خون در مدل (۱)

همان طور که در شکل ۱ مشاهده می‌شود، با افزایش کسر حجمی، سرعت انتقال حرارت نانوسیال کم می‌شود. در شکل (۲)، با در نظر گرفتن  $R = 5$  یعنی تزریق ۵ واحد نانوذره طلا و یا مس در سیال پایه (خون)، نرخ اتساع دیواره نفوذپذیر بدن را نشان داده‌ایم. واضح است که با کاهش نرخ اتساع دیواره، سرعت انتقال حرارت بیشتر می‌شود. در همه شکل‌ها، خطهای ساده، مربوط به نانوذره طلا و نقطه‌چین‌ها مربوط به نانوذره مس هستند. در شکل ۳ نیز، نمای نزدیک‌تری از نتایج را می‌بینید.

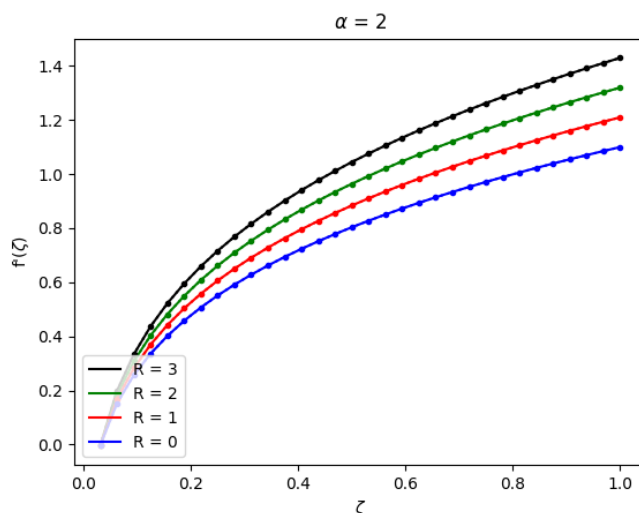


شکل ۲. تاثیر نرخ اتساع دیواره بر سرعت انتقال حرارت نانوسیال طلا-مس خون در مدل (۱)



شکل ۳. نمای نزدیک‌تر از قسمتی از نمودار ۲

یکی از پارامترهای بسیار مهم در بررسی انتقال حرارت نانوسیالات، عدد رینولدز است. در شکل ۴، برای عدد رینولدز متفاوت و  $\alpha = 3$  جواب‌های عددی مدل (۱) نشان داده شده است. با توجه به نمودار شکل ۴ در می‌یابیم که سرعت جریان انتقال حرارت نانوسیال طلا-مس با افزایش عدد رینولدز سرعت انتقال حرارت در دیواره‌های نفوذپذیر بدن افزایش می‌یابد.



شکل ۴. تاثیر عدد رینولدز بر سرعت انتقال حرارت نانوسیال طلا-مس خون در مدل (۱)

#### ۴. نتیجه‌گیری

سیالات معمولی مانند آب، روغن یا خون قابلیت انتقال حرارت پایینی را دارند. اما با اضافه کردن چند واحد نانوذره در آنها می‌توان این قابلیت مهم را افزایش داد. در مقاله حاضر، مدل جریان انتقال حرارت نانوسیال طلا-مس خون را در نظر گرفتیم. برای بررسی اثرات کسر حجمی، عدد رینولدز و نرخ اتساع در دیواره‌های نفوذپذیر بدن، مدل را با روش عددی تجزیه آدیان حل نمودیم و نمودار نتایج بدست آمده را تفسیر کردیم و دریافتیم که در این مدل با افزایش عدد رینولدز، سرعت انتقال حرارت نانوسیال افزایش می‌یابد و کاهش نرخ اتساع دیواره‌های نفوذپذیر در بدن و افزایش کسر حجمی، باعث کاهش سرعت انتقال حرارت نانوسیال می‌شود.

#### مراجع

- [1] O. Aliu, H. Sakidin, J. Foroozesh, N. Yahya, "Lattice Boltzmann application to nanofluids dynamics-A review." Journal of Molecular Liquids, 112284, 2019.
- [2] A. SubramanyamReddy, S. Srinivas, K. Jagadeshkumar, "Blood-gold/coppernanofluid flow between expanding or contracting permeable walls with slip effects." Materials Today: Proceedings, 9, 351-360, 2019.

## The effect of volume fraction, Reynolds number and dilation rate of permeable wall of gold-copper nanofluid heat transfer fluid using numerical method of Adomian decomposition method

AllahBakhsh Yazdani Cherati<sup>1</sup>, Zohre Azimi<sup>2</sup>

<sup>1,2</sup> Faculty of Science, Mazandaran University, Babolsar, Iran

yazdani@umz.ac.ir

**Abstract**— In this paper, the effects of volume fraction, Reynolds number and dilation rate on the permeable walls of the body in the gold-copper-nanofluid heat transfer model of blood are investigated. For this purpose, we consider blood as the base fluid in which units of gold or copper nanoparticles are injected. The mathematical model of this phenomenon is in the form of nonlinear equation of the fourth order. In this paper, the Adomian decomposition method is used to numerically solve this nonlinear model with boundary conditions. According to the obtained results, it can be understood that with increasing the number of gold-copper nanoparticles in the base fluid, what will be the thermal properties.

**Keywords**—*Reynolds number, nanofluid flow, Dilation rate of permeable wall, Volume fraction, Adomian decomposition method*