

دمای سیاه‌چاله کیهانی LTB در عالم FRW غبار غالب

ساره اسلام‌زاده^۱، کوروش نوذری^۲

^۱ دانشجوی دکتری، دانشگاه مازندران، بابلسر، s.eslamzadeh@umz.ac.ir

^۲ عضو هیأت علمی گروه فیزیک نظری دانشگاه مازندران، بابلسر، knozari@umz.ac.ir

چکیده

که در سال‌های اخیر توجه زیادی به خود جلب کرده‌اند (برای مرور می‌توان به مراجع [۱] و [۲] مراجعه کرد).

اولین حل مشهور برای سیاه‌چاله‌های کیهانی توسط مک ویتی در سال ۱۹۳۳ ارائه شد که توسط آن یک جرم نقطه‌ای را در عالم FRW توصیف کرد [۳]. مدل‌های بعدی که در این مورد ارائه شد مدل پنیئر سوئیسی^۳ توسط اینشتین و استراس [۴]، حل لومیتته — تالمن — باندی^۴ [۵]، به اختصار LTB، حل وایادا [۶]، حل ساکورتا [۷] و حل سلطانا — دایر [۸] هستند که با وجود محدودیت‌هایی که هر حل دارد، سیاه‌چاله‌ها را در عالم FRW توصیف می‌کنند. ما در اینجا به بررسی حل LTB خواهیم پرداخت و تحول افق‌های این نوع از سیاه‌چاله‌های کیهانی را در عالم غبار غالب بررسی خواهیم کرد.

پس از کشف هیجان‌انگیز هاوکینگ مبنی بر تابش سیاه‌چاله‌ها در سال ۱۹۷۴ [۹]، پارلیخ و ویلچک به شرح و تفسیر این تابش بر اساس روش نیمه کلاسیکی تونل‌زنی ذرات از افق سیاه‌چاله پرداختند [۱۰] و [۱۱]. بر اساس این روش، ذره و پادذره در مجاورت افق خلق می‌شوند، ذرات می‌توانند به بیرون افق و پادذرات در جهت معکوس زمانی به درون افق تونل بزنند. آنها با محاسبه‌ی بخش موهومی کنش با استفاده از معادله هامیلتونی و عبور ذرات بدون جرم از مسیر ژئودوزی‌های نورگونه از طرفی و به کار بردن تقریب WKB در مجاورت افق و محاسبه‌ی نرخ گسیل از طرف دیگر، قادر به اندازه‌گیری دمای سیاه‌چاله شدند. ما برای محاسبه‌ی دمای سیاه‌چاله کیهانی LTB در عالم FRW غبار غالب، از این روش بهره خواهیم برد.

بخش‌های این پژوهش به این صورت ارائه خواهد شد: در بخش ۱ به بررسی سیاه‌چاله LTB در عالم غبار غالب خواهیم پرداخت. در بخش ۲، افق‌های چنین سیاه‌چاله‌ای را به دست آورده و تحول زمانی آن‌ها را نشان می‌دهیم. در بخش ۳، به شرح مختصری از چگونگی ساز و کار محاسبه‌ی دما به روش تونل‌زنی پارلیخ—ویلچک می‌پردازیم. در بخش ۴، دمای سیاه‌چاله کیهانی LTB در عالم FRW غبار غالب را به روش تونل‌زنی ذرات بدون جرم از هر دو افق آن محاسبه و بررسی خواهیم کرد. در بخش نتایج، نمودارهای دما بر حسب جرم را برای چنین سیاه‌چاله‌ای به تصویر کشیده و به تحلیل آنها خواهیم پرداخت.

در این پژوهش، به توصیف یک سیاه‌چاله کیهانی LTB در زمینه‌ی عالم FRW غبار غالب می‌پردازیم. ابتدا با توصیف این سیاه‌چاله و به دست آوردن متریک مربوط به آن، تحول افق‌های کیهانی و سیاه‌چاله‌ای این سیاه‌چاله را نمایش می‌دهیم. پس از آن به بررسی دمای چنین سیاه‌چاله‌ای بر اساس تونل‌زنی به روش پارلیخ—ویلچک می‌پردازیم. با محاسبات مربوط به نرخ جذب و گسیل ذرات بدون جرم، برای اولین بار دمای افق کیهانی و افق سیاه‌چاله کیهانی LTB را در زمینه‌ی یک عالم FRW ماده غلب به دست می‌آوریم. نتایج نشان می‌دهد که با رسیدن جرم این سیاه‌چاله به یک مقدار محدود، تبخیر متوقف شده و یک باقیمانده‌ی جرمی با دمای محدود برای هر دو افق کیهانی و سیاه‌چاله‌ای به جا می‌ماند.

واژه‌های کلیدی

سیاه‌چاله کیهانی، تونل‌زنی، دمای سیاه‌چاله، سیاه‌چاله LTB

مقدمه

عبارت «سیاه‌چاله‌های کیهانی»^۱ برای توصیف یک ساختار فروریزی به کار می‌رود که در زمینه‌ی منبسط شونده‌ی عالم بعد از دوره‌ی تابش غالب قرار دارد. این عبارت با «سیاه‌چاله‌های اختریفی»^۲ که در اختریفی یک برای سیاه‌چاله‌هایی در زمینه‌ی ایستا یا مجاناً تخت پایا به کار می‌رود، تفاوت دارد. تفاوت اساسی سیاه‌چاله‌های کیهانی با سیاه‌چاله‌های اختریفی در قرار داشتن در زمینه‌ی غیرپایا و داشتن افق دینامیکی است که در مقاله حاضر، این تحول دینامیکی را برای یک حالت خاص مورد بررسی قرار خواهیم داد.

در سیاه‌چاله‌های کیهانی دقیقاً به دنبال پاسخ این سوال هستیم که ارتباط بین انبساط کیهانی و فیزیک موضعی چیست؟ آیا سیستم‌های گرانشی موضعی مثل ستاره‌ها، کهکشان‌ها، خوشه‌های کهکشانی یا سیاه‌چاله‌ها با انبساط کیهانی منبسط می‌شوند؟ هرچند که همیشه بحث درباره‌ی این سوالات گاه‌ها به نتایج متناقضی منتج می‌شود که موضوع را در ابهام باقی می‌گذارد اما به هر حال اینها سوالاتی می‌باشند

¹ Cosmological Black Holes

² Astronomical Black Holes

³ Swiss-Cheese

سیاه‌چاله کیهانی LTB در عالم FRW غبار غالب

اگر یک میدان گرانشی با تانسور انرژی تکانه زیر توصیف شود

$$T_{\mu\nu} = \rho_d U_\mu U_\nu, \quad (1)$$

که در آن U^μ چهاربردار سرعت است، حل متقارن کروی ناهمگن معادلات میدان اینشتین توسط متریک LTB به صورت زیر ارائه می‌شود [۱۲]

$$ds^2 = -dt^2 + \frac{R'^2}{1+f} dr^2 + R^2 d\Omega^2. \quad (2)$$

در این رابطه، f ، تابع دلخواهی از مختصه همراه r است و شرط $f > 1$ را ارضا می‌کند. شعاع فیزیکی در زمان t و در مختصه شعاعی r می‌باشد و پریم به معنی دیفرانسیل نسبت به r است.

اگر فرض‌های زیر را در نظر بگیریم

$$f = -f_0 r^2, \quad F = \rho_0 r^3, \quad R = a(t)r, \quad (3)$$

با قرار دادن تانسور انرژی-تکانه رابطه (۱)، متریک رابطه (۲) و فرض‌های رابطه (۳) در معادلات میدان اینشتین خواهیم داشت

$$\frac{3(a^2 + f_0)}{a^2} = \frac{8\pi\rho_0}{a^3}, \quad \rho_d = \frac{\rho_0}{a^3}, \quad (4)$$

که در آن، f_0 و ρ_0 ثابت هستند. معادله (۴) را به عنوان معادله فریدمن با وجود یک منبع غبار معرفی می‌کنند که در آن نشان دهنده انحنا فضایی و ρ_0 چگالی عالم در زمان $a_0 = 1$ است. با توجه به اینکه عالم قابل مشاهده با دقت بسیار خوبی تخت است می‌توان با قرار دادن $f_0 = 0$ از این جمله در روابط بعدی صرف‌نظر کرد. با در نظر گرفتن $F(r)$ به عنوان یک تابع دلخواه و $f_0 = 0$ ، حل معادله (۴) در مرجع [۱۳] توسط تولمن و در مرجع [۱۴] توسط اپینهایمر و اشنایدر به صورت زیر ارائه شده است

$$R = \left[h(r) + \frac{3}{2} \sqrt{\frac{8\pi}{3}} Ft \right]^{\frac{2}{3}}, \quad (5)$$

که در آن، h ، ثابت انتگرال گیری و تابع دلخواهی از r است. با جایگذاری رابطه (۵) در متریک LTB، رابطه (۲) خواهیم داشت

$$ds^2 = -dt^2 + \frac{1}{R} \left(dh + \sqrt{6\pi} td(\sqrt{F}) \right)^2 + R^2 d\Omega^2. \quad (6)$$

یک مقدار مناسب که می‌توان برای h در نظر گرفت، به صورت

$$h = r^{3/2} \text{ است و در نتیجه داریم}$$

$$R = \left[r^{\frac{3}{2}} + \frac{3}{2} \sqrt{\frac{8\pi}{3}} Ft \right]^{\frac{2}{3}}. \quad (7)$$

رابطه (۷) حل عمومی یک میدان گرانشی متقارن کروی با یک منبع غبار است. در مرجع [۱۵] با بررسی شرایط حدی این معادله در حل شوارتزشیلد و عالم غبار غالب، متریک سیاه‌چاله‌ای در عالم FRW غبار غالب به صورت زیر به دست آمده است

$$R = \left[r^{\frac{3}{2}} + \frac{3}{2} \sqrt{2M} t + \frac{3}{2} \sqrt{\frac{8\pi\rho_0}{3}} r^{3/2} t \right]^{2/3}. \quad (8)$$

بر اساس این رابطه، اگر $M = 0$ باشد، متریک توصیف کننده‌ی عالم FRW غبار غالب را خواهیم داشت و اگر $\rho_0 = 0$ باشد، حل شوارتزشیلد را بازیابی خواهیم کرد. با تغییر متغیری به صورت زیر

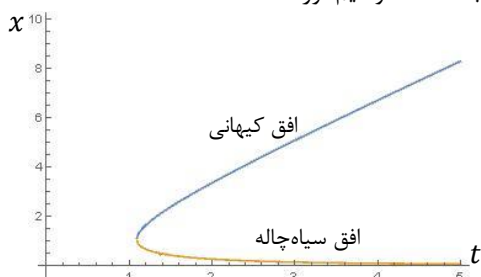
$$x = \left[r^{\frac{3}{2}} + \frac{3}{2} \sqrt{2M} t + \frac{3}{2} \sqrt{\frac{8\pi\rho_0}{3}} r^{3/2} t \right]^{2/3}, \quad (9)$$

و قرار دادن آن در رابطه (۲)، صورت نهایی متریک سیاه‌چاله LTB در عالم FRW غبار غالب به صورت زیر به دست می‌آید

$$ds^2 = - \left[1 - \frac{1}{x} \left(\sqrt{2M} + \sqrt{\frac{8\pi\rho_0\pi}{3}} r^{\frac{3}{2}} \right)^2 \right] dt^2 + dx^2 - \frac{2}{\sqrt{x}} \left(\sqrt{2M} + \sqrt{\frac{8\pi\rho_0\pi}{3}} r^{\frac{3}{2}} \right) dt dx + x^2 d\Omega^2. \quad (10)$$

تحول افق‌های سیاه‌چاله کیهانی LTB در عالم FRW غبار غالب

با حل معادله $1 - \frac{1}{\sqrt{x}} \left(\sqrt{2M} + \sqrt{\frac{8\pi\rho_0\pi}{3}} r^{\frac{3}{2}} \right) = 0$ و جایگذاری r از رابطه (۹)، می‌توان دو ریشه مثبت این معادله را پیدا کرد. دو ریشه‌ی این معادله را می‌توان به عنوان افق ظاهری سیاه‌چاله و افق ظاهری کیهانی در نظر گرفت که در شکل ۱ آنها را نشان داده‌ایم. در حلت‌های حدی اگر $\rho_0 = 0$ باشد، $x = 2M$ خواهد شد که افق ظاهری سیاه‌چاله شوارتزشیلد است؛ و اگر $M = 0$ در نظر گرفته شود، $x = \frac{3}{2} \left(\sqrt{\frac{1}{6\pi\rho_0}} + t \right)$ خواهد شد که افق ظاهری عالم FRW غبار غالب است. بر اساس شکل ۱، شعاع افق سیاه‌چاله با گذشت زمان کاهش می‌یابد در حالی که شعاع افق کیهانی سیاه‌چاله LTB در عالم FRW غبار غالب با گذشت زمان افزایش می‌یابد. همچنین از شکل ۱ می‌توان دریافت که در زمان‌های اولیه، این دو افق بر یکدیگر منطبق بوده‌اند. در بخش بعد به بررسی تونل‌زنی ذرات از این دو افق در دو زمان مجزا خواهیم پرداخت و دمای هر یک از این افق‌ها را به دست خواهیم آورد.



شکل ۱. تحول افق کیهانی و افق سیاه‌چاله برای سیاه‌چاله کیهانی LTB در عالم FRW غبار غالب.

تونل‌زنی و محاسبه‌ی دمای افق سیاه‌چاله

پاریخ و ویلچک در مرجع [۱۰]، تابش هاوکینگ را بر اساس تونل-زنی ذرات از افق سیاه‌چاله شرح دادند. تصویر آنها به این صورت بیان می‌شود که زوج ذره و پادذره در نزدیکی افق خلق می‌شوند؛ از آنجا که هیچ مسیر کلاسیکی برای عبور از افق وجود ندارد، ذرات مجازی به

$$\text{Im } S = \text{Im} \int_{r_{in}}^{r_{out}} p_r dr = \int_{r_{in}}^{r_{out}} \int_0^p dp'_r dr. \quad (14)$$

با استفاده از معادله هامیلتونی، بخش موهومی کنش را برحسب انرژی ذره ای که تونل می‌زند بازنویسی می‌کنیم

$$\text{Im } S = \text{Im} \int_{r_{in}}^{r_{out}} \int_0^H \frac{dH'}{\dot{r}} dr, \quad (15)$$

که در آن \dot{r} ، ژئودزی نورگونه شعاعی است که ذره از مسیر آن به بیرون افق تونل می‌زند. با توجه به متریک رابطه (۱۰)، ژئودزی‌های نورگونه شعاعی را به صورت زیر به دست می‌آوریم

$$\dot{r} = \pm 1 - \sqrt{1 - f(r)}, \quad (16)$$

که در آن علامت \pm به ترتیب مربوط به ژئودزی‌های بیرون‌سو و درون‌سو و $f(r)$ مؤلفه متریک است. از سوی دیگر می‌توان نشان داد که برای یک متریک متقارن کروی در حالت کلی داریم

$$\dot{r} = \kappa(r - r_H) + \mathcal{O}((r - r_H)^2). \quad (17)$$

علاوه بر این، اگر جرم کل را ثابت فرض کرده و اجازه دهیم جرم سیاه‌چاله تغییر کند، آنگاه پوسته‌ای با انرژی ω روی ژئودزی‌هایی که با جایگذاری $M - \omega$ به جای M در متریک به دست می‌آیند حرکت می‌کند. به عبارت دیگر به دلیل وجود اثرات خودگرانشی باید اثر انرژی خود ذره بر مسیر حرکتش را با جایگذاری $M - \omega$ در معادلات (۱۶) و (۱۷) وارد کنیم. در نتیجه خواهیم داشت

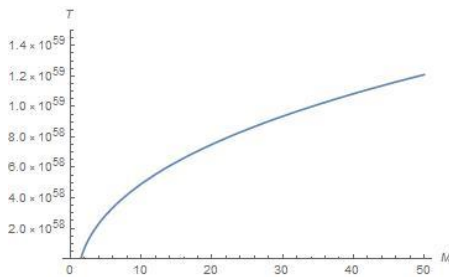
$$\begin{aligned} \text{Im } S &= \text{Im} \int_{r_{in}}^{r_{out}} \int_M^{M-\omega} \frac{d(M-\omega')}{\dot{r}} dr \\ &= -\text{Im} \int_{r_{in}}^{r_{out}} \int_0^\omega \frac{d\omega'}{\dot{r}} dr. \end{aligned} \quad (18)$$

با جایگذاری معادله مسیر حرکت ذره به صورت زیر

$$\dot{r} = 1 - \sqrt{\frac{1}{\sqrt{x}} \left(\sqrt{2(M-\omega)} + \sqrt{\frac{8\rho_0\pi}{3}} r^{\frac{3}{2}} \right)} \quad (19)$$

انتگرال اول را به روش حساب مانده‌ها حل می‌کنیم. پس از حل انتگرال دوم رابطه‌ای بر حسب ω داریم که با بسط تیلور آن می‌توانیم ضریب ω و از آنجا بر اساس رابطه (۱۲)، دمای افق سیاه‌چاله را بیابیم. نتیجه نهایی، رابطه دما بر حسب پارامتر جرم سیاه‌چاله خواهد بود. این نتیجه را در نمودارهای شکل‌های ۲ تا ۵ نشان داده ایم. در هر چهار نمودار $\rho_0 = 0.05$ در نظر گرفته ایم. در شکل ۲ و ۳ نمودار دمای افق کیهانی و افق سیاه‌چاله را بر حسب جرم در زمان $t = 2$ و در شکل ۴ و ۵، نمودار دمای افق کیهانی و افق سیاه‌چاله را بر حسب جرم در زمان $t = 4$ نمایش داده ایم.

نتایج



شکل ۲. نمودار دمای افق کیهانی بر حسب جرم برای سیاه‌چاله کیهانی در عالم ماده غالب در پارامتر زمان $t = 2$.

صورت شبه کلاسیکی به بیرون افق تونل می‌زنند. در این تصویر ارتفاع سد تونل‌زنی توسط ذره‌ای که تونل می‌زند مشخص می‌شود و آنچه ناظر دور دست مشاهده می‌کند این است که شعاع سیاه‌چاله با خروج ذره‌ای با انرژی ω کاهش می‌یابد. اساس محاسبات این روش بر مبنای محاسبه‌ی ضریب عبور با استفاده از تقریب WKB برای ناحیه ممنوعه کلاسیکی به شکل تابعی از بخش موهومی کنش به صورت زیر است

$$\Gamma = \frac{P_{\text{گسیل}}}{P_{\text{جذب}}} \sim \exp(-2 \text{Im } S). \quad (11)$$

از سوی دیگر، هاوکینگ و هارتل در مرجع [۱۶] نرخ تولید ذره را در یک سیاه‌چاله استاندارد با در نظر گرفتن یک انتشارگر شبه کلاسیکی به دست آورده‌اند. آنها به این نتیجه رسیدند که احتمال گسیل ذرات از گذشته‌ی افق با احتمال جذب در آینده‌ی افق دقیقاً برابر نیست و رابطه‌ی بین این دو احتمال را به صورت زیر به دست آوردند

$$P_{\text{گسیل}} = P_{\text{جذب}} \exp(-\beta\omega), \quad (12)$$

که در آن ω انرژی ذره و β ثابت بولتزمن است. از مقایسه روابط (۱۱) و (۱۲) می‌توان دمای سیاه‌چاله را به دست آورد که جزئیات آن را در بخش بعد شرح خواهیم داد.

تونل‌زنی از افق‌های سیاه‌چاله کیهانی LTB در عالم FRW غبار غالب

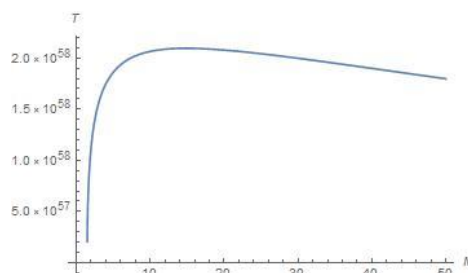
در این بخش، قصد داریم با در نظر گرفتن متریک به دست آمده برای سیاه‌چاله کیهانی در عالم FRW غبار غلب، دمای افق‌های ظاهری این سیاه‌چاله را در زمان‌های مختلف تحولش به دست آوریم. همان‌طور که در بخش قبل اشاره کردیم، در اینجا افق ظاهری سیاه‌چاله برای ما معلوم است و در مرجع [۱۷] نشان داده شده است که برای افق ظاهری نیز با می‌توان دمای هاوکینگ، آنتروپی و دیگر متغیرهای ترمودینامیکی را تعریف کرد. برای یافتن دما با فرایند تونل‌زنی ذرات بدون جرم به روش پارینخ و ویلچک ابتدا رابطه تحلیلی افق بر حسب جرم را با حل معادله زیر می‌یابیم

$$2\sqrt{6\rho_0\pi} x^{\frac{3}{2}} - \sqrt{x} (3 + 3\sqrt{6\pi\rho_0} t) + 3\sqrt{2m} = 0. \quad (13)$$

دو ریشه‌ی مثبت این معادله متناظر با افق ظاهری کیهانی و افق ظاهری سیاه‌چاله می‌باشند که در بخش قبلی تحول زمانی آنها را نشان داده ایم. با ثابت در نظر گرفتن پارامتر زمان در $t = 2$ ، محاسبات تونل‌زنی را پی می‌گیریم. ذراتی که تونل می‌زنند از حالت اولیه r_{in} به حالت نهایی r_{out} حرکت می‌کنند که با فرض بدیهی دینامیک بودن فضا-زمان در روش تونل‌زنی پارینخ-ویلچک می‌دانیم که $r_{in} > r_{out}$ است. به این معنی که با تونل‌زنی ذره شعاع افق ظاهری کوچکتر خواهد شد. بخش موهومی کنش برای ذره‌ی بیرون‌سو با انرژی مثبت که از r_{in} کمی داخل افق به r_{out} کمی خارج افق تونل می‌زند به صورت زیر است

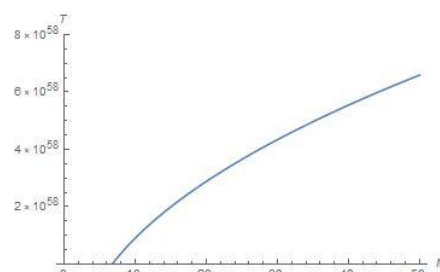
مراجع و منابع

- [1] A. Krasinski, "Inhomogeneous Cosmological Models", CUP, 1997.
- [2] M. Carrera, D. Giulini, "Influence of Global Cosmological Expansion on Local Dynamics and Kinematics", Rev. of Mod. Phys., (2010).
- [3] G. C. McVittie, "The Mass-Particle in an Expanding Universe", Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 325 (1933).
- [4] A. Einstein, E. G. Straus, "Corrections and Additional Remarks to our Paper: The Influence of the Expansion of Space on the Gravitation Fields Surrounding the Individual Stars", Rev. Mod. Phys. 18, 148 (1946).
- [5] H. Bondi, "Spherically Symmetrical Models in General Relativity", M. Not. of the R. A. Soc. 107, 410 (1947).
- [6] P. C. Vaidya, "The Kerr metric in cosmological background", Pramana, 512 (1977).
- [7] S. N. G. Thakurta, "Kerr metric in an expanding universe", Indian J. Phys. B, 304 (1981).
- [8] J. Sultana, Ch. C. Dyer, "Cosmological black holes: A black hole in the Einstein-de Sitter universe", General Relativity and Gravitation 37, 134 (2005).
- [9] S. W. Hawking, "Particle Creation by Black Holes", Comm. Math. Phys. 43, 199 (1975).
- [10] M. K. Parikh and F. Wilczek, "Hawking Radiation as Tunneling", Phys. Rev. Lett. 85, 5042 (2000).
- [11] M. K. Parikh, "A Secret Tunnel Through The Horizon", Int. J. Mod. Phys. D 13, 2351 (2004).
- [12] M. N. Célérier, "Do we really see a cosmological constant in the supernovae data?", Astron. Astrophys. 353, 63 (2000).
- [13] R. C. Tolman, "Effect of Inhomogeneity on Cosmological Models", Proc. Nat. Acad. Sci. 20, 169 (1934).
- [14] J. R. Oppenheimer, H. Snyder, "On Continued Gravitational Contraction", Phys. Rev. D 56, 455 (1939).
- [15] Ch. Gao et al., "Black Holes in the Universe: Generalized Lemaitre-Tolman-Bondi Solutions", Phys. Rev. D 84, 104047 (2011).
- [16] J. B. Hartle, S. W. Hawking, "Path-integral derivation of black hole radiance", Phys. Rev. D 13, 2188 (1967).
- [17] S.A. Hayward, "Dynamic black hole entropy", Phys. Lett. A 256, 347 (1999).

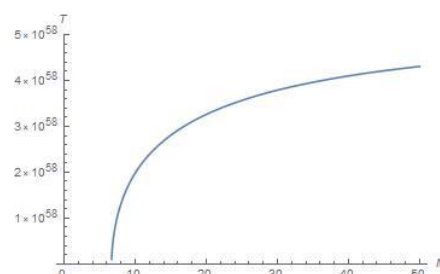


شکل ۳. نمودار دمای افق سیاه‌چاله بر حسب جرم برای سیاه‌چاله کیهانی در عالم ماده غالب در پارامتر زمان $t = 2$.

همانطور که از رفتار نمودارهای دمای افق کیهانی در شکل‌های ۲ و ۴ مشاهده می‌شود، دمای این افق با کاهش جرم کاهش می‌یابد تا جایی که با رسیدن به یک جرم معین دمای افق کیهانی به یک دمای محدود رسیده و پس از آن تبخیر سیاه‌چاله متوقف می‌شود.



شکل ۴. نمودار دمای افق کیهانی بر حسب جرم برای سیاه‌چاله کیهانی در عالم ماده غالب در پارامتر زمان $t = 4$.



شکل ۵. نمودار دمای افق سیاه‌چاله بر حسب جرم برای سیاه‌چاله کیهانی در عالم ماده غالب در پارامتر زمان $t = 4$.

از سوی دیگر، در شکل‌های ۳ و ۵ رفتارهای دمایی افق سیاه‌چاله به صورتی است که دما تا یک مقدار بیشینه پیش می‌رود و پس از آن با رسیدن به یک دمای محدود در همان پارامتر جرمی افق کیهانی تبخیر از این افق نیز متوقف خواهد شد. در نتیجه ترکیب بندی نهایی به صورت سیاه‌چاله‌ای با یک جرم محدود و دمای محدود در افق کیهانی و افق سیاه‌چاله خواهد بود. همچنین نکته‌ی قابل توجه این است که از مقایسه نمودارهای شکل‌های ۲ و ۴ و همین‌طور نمودارهای شکل‌های ۳ و ۵ نتیجه می‌گیریم که با گذشت زمان تبخیر با شیب بیشتری رخ خواهد داد و در زمان‌های اولیه در مرحله نهایی تبخیر، جرم کمتر و دمای کمتری برای سیاه‌چاله کیهانی در عالم ماده غالب پیش‌بینی می‌شود.